

서울의 지역경제지표들에 대한 다중구조변화 연구*

김 지 옥**

A Study on Multiple Structural Breaks of Regional Economic Indicators in Seoul*

Ji Uk Kim**

요약 : 다수의 구조변화 시점이 내부에서 결정되는 Bai and Perron(1998, 2003)의 다중구조변환모형을 이용하여 서울의 지역경제지표들(산업생산지수, 경제활동참가율, 실업률, 고용률, 일반은행 원화대출금)에 대한 구조변화를 분석하였다. 부분구조변환모형을 이용한 서울산업생산지수 분석에서는 4번의 구조변화가 발생하였으며 2005년 3/4분기 이후부터 시작되는 5번째 체제(regime)의 경우 기울기가 -1.33에 해당하는 가장 가파른 하향 추세를 보였다. 순수구조변환모형을 이용한 경제활동참가율 분석에서 4번의 체제변화가 발생하였으며 2007년 11월로 시작되는 마지막 체제와 직전 체제와의 평균 하락률은 2.06%(62.96 → 61.67)로 나타났다. 또한 고용률과 실업률 지표에서 체제변화가 각각 4번과 2번 발생하였으며, 마지막 체제 전환점은 고용률의 경우 2007년 11월에 나타났으나 실업률의 경우 2001년 4월 이후로는 나타나지 않아 서울의 경우에도 실업률보다 고용률에 더 많은 정책방안이 고려되어야 함을 보여준다. 산업생산지수 전년 동기 대비 증가율에서는 체제변화가 발생하였다는 강력한 증거를 발견하지 못하였는데, 이는 체제별로 잔차자승합을 최소화시킨 값들의 격차가 유의하지 않은 것으로 판단된다. 또한 구조변화를 고려한 단위근 검정에서 산업생산지수의 경우 10% 유의수준에서도 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각할 수 없어 비정상시계열임을 의미하였다. 즉 장기적인 균형값이 정의될 수 없고 불안정적인 움직임이 보여 왔다고 판단할 수 있다.

주제어 : 다중구조변환모형, 산업경제지표, 체제변환

ABSTRACT : This paper investigates the multiple structural breaks in Seoul Industrial Economic Indicators using the stochastic multiple structural breaks model developed by Bai and Perron(1998, 2003). I use the quarterly data on Seoul Industrial production Indexes and the monthly data on economically active participation rate, unemployment rate, employment rate, and loans of deposit money bank. I found the evidence of 4 trend breaks in Seoul Industrial production Indexes using partial break model. The slope of the time series was -1.33 at last regime. I found also the evidence of 4 mean breaks in economically active participation rate and employment rate using mean break model.

Key Words : multiple structural breaks, Seoul Industrial Economic Indicators

* 본 논문의 완성에 유익한 논평을 해주신 심사위원들께 감사드립니다.

** 중앙대학교 경제학과 교수(Professor, Department of Economics, Chung-Ang University), E-mail: jukim@cau.ac.kr, Tel: 02-820-5515

I. 서론

경제자료를 분석함에 있어 구조변화를 고려하지 않을 경우 자료의 단위근 검정이나 공적분분석 시 검정결과에 왜곡을 초래할 수 있다. 특히 1997년 말 외환위기를 경험한 우리나라의 경우 거의 대부분 거시경제 시계열자료들에게서 장기적 추세에서 벗어나 급락 현상을 보이는 뚜렷한 구조변화가 나타났음을 볼 수 있다. 2000년대에 들어와 2번의 경기순환을 거치면서 추세변수인 경우 이전 수준이나 추세로 복귀하고 있는 것으로 보이고 또한 일정한 범위를 움직이는 비율 변수인 경우 구간범위(band)를 벗어난 하락·상승 추세에서 다시 일정한 구간범위로 복귀하고 있는 것으로 보인다. 그러나 2007년 말부터 글로벌 금융위기로 시작된 세계경기 침체와 국내경기 위축으로 다시 추세변수들이 하강국면에 접어들고 있으나 금년 들어 하락추세가 진정되고 회복 전환국면으로 돌아서고 있는 것으로 판단된다.

본 논문에서는 1997년 말 외환위기가 실제 국내 경제 시계열변수들에게 통계적으로 유의미하게 구조변화를 초래하였는지, 또한 장기시계열 상에서 또 다른 구조변화가 발생하고 있는지뿐만 아니라 이러한 구조변화가 몇 번 일어났는지를 분석하여 각 시계열의 안정성 여부 및 시계열 특성을 파악하고자 하였다. 장기 추세 또는 구간범위를 벗어나거나 복귀하지 못하는 변수들은 시계열자료를 이용하는 연구자들뿐 아니라 정책 당국자들에게도 경기변동의 진폭이나 변동주기를 완화하거나 조절하기 위한 주요 정책의 대상 변수들이 되기 때문이다.

본 분석에서 구조적 변환점이 여러 개 존재하며 구조변환점이 내부에서 결정되어지는 Bai and

Perron(1998, 2003)의 다중구조변환모형(multiple structural breaks model)을 사용하여, 서울시의 산업경제지표들 중 서울산업생산지수, 경제활동참가율, 실업률, 고용률, 일반은행 대출증가율 등에 대한 구조변화와 시계열의 안정적 특성을 분석하고자 하였다.

동 모형을 이용한 실증분석에서 Liu(2009)는 미국 제조업분야에 구조변화가 발생하고 있는 직업창출(job creation) 변수가 구조변화가 일어나지 않은 직업퇴출(job destruction) 변수보다 우선적으로 정책대상 변수가 되어야 한다고 주장하였다. Jerzmanowski(2006)와 Papell et al.(2000)은 OECD 16개국 평균 실업률의 다중구조변화를 분석하고 있다. Berg et al.(2006)은 140개국의 경제성장의 구조변화를 분석하고 있고, Cuberes and Jerzmanowski(2006)는 구조 변환점들로 이루어진 성장순환(growth cycle)을 분석하고 있다. 또한 Ben-David et al.(2003)은 2회의 구조변화를 허용하는 모형에서 1860년부터 1989년까지 16개국의 GDP와 일인당 GDP의 전후(postwar) 성장률 하락요인을 분석하고 있다.

국내에서의 시계열자료 구조변화 실증분석은 활발하지 못하다. 조하현·황선웅(2007)은 구조변환점이 사전에 결정되거나 또는 한두 번의 구조변환점이 모형 내에서 내생적으로 결정되는 Zivot-Andrews(1992)와 Banerjee et al.(1992) 모형 등을 주로 이용하여 국내경제시계열의 안정성을 분석하고 있으며 김지옥(2007)은 Bai and Perron(1998, 2003) 모형을 이용하여 동아시아 외환위기 국가들과 선도국가와의 격차(catch-up)에 대한 구조변화를 분석하고 경제성장 가속과 감속에 대한 변화요인을 분석하고 있다.

본 연구논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는

본 분석에 사용된 Bai and Perron의 다중구조변화 모형을 설명하고 III장에서 실증 분석하였으며 마지막으로 IV장에서 결론을 제시하였다.

II. 구조변화 추정모형

시계열 자료의 단위근 검정에는 여러 방법이 있으나 우선 확장된 Dickey-Fuller(ADF) 검정의 회귀식은 다음과 같다.

$$\Delta y_t = \mu + \delta t + \beta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \theta_i \Delta y_{t-1} + u_t, \quad i = 1, \dots, T \quad (1)$$

식에서 귀무가설은 $\beta = 0$, 즉 '시계열이 단위근 시계열이다'이며 대립가설은 $\beta < 0$, '시계열이 추세정상시계열이다'라는 명제이다. 만약 구조전환점이 1개라도 존재하는 경우에는 구조전환점을 고려하지 않는 경우보다 단위근 존재를 기각할 가능성이 높아진다. 이제 한 번의 구조변환점이 사전에 결정되는 것이 아니라 모형 내에서 내생적으로 결정되는 Zivot-Andrews(1992) 단위근 검정식은 다음과 같다.

$$y_t = \mu + \delta t + \phi DU_t + \rho DT_t + \beta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \theta_i \Delta y_{t-1} + u_t, \quad (2)$$

식 (2)에서 절편변화와 시간추세 기울기의 변화를 모두 고려하는 가변수, DU_t , DT_t 가 추가되었다. $t > T_B$ 일 때 DU_t , DT_t 가 각각 1과

$t - T_B$ 이며 그렇지 않은 경우에는 0이다. 이 방법은 귀무가설 $\beta = 1$ 을 기각하는 확률이 가장 높아지는 결과를 가져오는 분기점을 선택한다. Perron(1997) 모형은 추세함수에서 내생적으로 발생하는 한 번의 구조변화를 허용하여 Banerjee et al.(1992)과 Zivot and Andrews(1992)의 분석 방법과 유사하나 다음과 같이 확장된 이론을 제시하였다.¹⁾

$$y_t = \mu + \delta t + \theta DU_t + \gamma DT_t + D(T_b)_t + \beta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k c_i \Delta y_{t-1} + e_t \quad (3)$$

T_b 는 추세함수에서 전환이 일어나는 시점을 말한다. $\beta = 1$ 검정에서 최소의 t통계량이 나타나는 시점을 최적전환시점으로 선택한다. T_b 시점에서 절편과 기울기 모두의 전환을 허용한다. 1시점 더미 $D(T_b)_t$ 를 검정식에 도입하여 자료의 마지막 시점들을 결절시키지(trimming) 않고서도 Zivot and Andrews(1992)의 분석결과보다 더 우수함을 보였다. 단위근 검정은 다음 함수에서 귀무가설 $\beta = 1$ 검정에서 t통계량을 수행한다. 위 식에서 $DU_t = 1(t > T_b)$ 과 $D(T_b)_t = 1(t = T_b + 1)$ 이며 $1(\cdot)$ 는 지시함수(indicator function)이다. 또한 $DT_t = 1(t > T_b)t$ 를 나타낸다.

최근에는 구조적 변환점이 여러 개 존재하며 내부에서 결정되는 모형의 연구들이 많이 나오고 있는 데, Bai and Perron(1998, 2003)이 제시한 구조변화가 m번 발생하여 체제가 m+1인 다중구조변환모형은 다음과 같이 표현된다.²⁾

1) 실증분석결과에서 Banerjee et al.(1992)과 Zivot and Andrews(1992)의 분석방법보다 귀무가설을 더 강력하게 기각하는 것으로 나타나 단위근 검정에 더 우수함을 보였다. 또한 결절시차 선택을 매우 중시하였다.

2) 본 장의 자세한 내용은 Bai and Perron(1998, 2003), 김지욱(2007)을 참조하면 된다.

$$\begin{aligned}
y_t &= x_t' \beta + z_t' \delta_1 + u_t, t = 1, \dots, T_1, \\
y_t &= x_t' \beta + z_t' \delta_2 + u_t, t = T_1 + 1, \dots, T_2, \\
&\dots \\
y_t &= x_t' \beta + z_t' \delta_{m+1} + u_t, t = T_{m+1}, \dots, T, \quad (4)
\end{aligned}$$

여기서 y 는 관찰된 종속변수이며 x 는 $p \times 1$ z 는 $q \times 1$ 벡터, β 와 $\delta_j (j = 1, \dots, m+1)$ 는 회귀 계수의 벡터, u 는 확률교란항이다. 구조변화의 개수 m 과 구조의 변환점 T_1, \dots, T_m 은 알려져 있지 않다고 간주한다. 위 모형은 β 가 구조적으로 변하지 않는 부분구조변환모형이다. 만약 $p = 0$ 이면 계수가 모두 변화하는 순수구조변환모형이다. 최소자승법에 의한 추정 방법을 제시하고 구조변화가 m 개 있는 잔차 자승합을 최소화하는 구조적 변화의 수와 시점을 구한다.

검정방법에서 $UDmaxF_T(M, q)$ 통계량과 $WDmaxF_T(M, q)$ 은 '구조적 변화가 없다'는 귀무가설과 '구조적 변화가 있다'는 대립가설로 검정한다. 만약 검정통계량이 유의하여 귀무가설이 기각된다면 구조적 변화가 있는 것으로 간주한다. 반대로 검정통계량이 유의하지 않다면 구조변화가 없는 것으로 간주한다. 구조변화가 몇 번 있었는가를 판단하는 검정에서 $supF_T(i)$, $i = 1, \dots, 5$ 통계량은 '구조적 변화가 i 개'라는 귀무가설과 '구조적 변화가 0개'라는 대립가설로 구성되며, 구조변화가 없다면 귀무가설을 기각한다. 순차적 검정(sequential test)은 '구조적 변화가 $l+1$ 개'라는 귀무가설과 '구조적 변화가 l 개'라는 대립가설로 구성되며, 검정통계량 $supF(l+1|l)$ 로 표현된다. $supF(l+1|l)$ 의 귀무가설은 '구조적 변화가

$l+1$ 개'이고 대립가설은 '구조적 변화가 l 개'이다. 만약 검정통계량이 유의하다면 구조변화는 $l+1$ 개라고 판단한다. 이러한 순차적 검정은 귀무가설 $supF(l+1|l)$ 이 유의하지 않을 때까지 계속된다. 이런 경우 구조변환점 수는 l 개이다. 또한 구조변환점의 수는 Yao(1988)가 제시한 베이저안 정보기준(Bayesian Information Criteria, BIC)에 의해서도 선택될 수 있다.

본 분석에 사용한 Bai and Perron(2003)의 부분다중구조변환모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
y_t &= \delta_i + \gamma_i T_i + \beta y_{t-1} + u_t, \\
t &= T_{j-1}, \dots, T_j, \text{ for } j = 1, \dots, m+1 \quad (5)
\end{aligned}$$

여기에서 y_t 는 서울산업경제 지표들이며 T_i 는 시간추세이다. 구조적으로 절편과 추세는 변하고 β 는 변하지 않는 것으로 가정한 부분구조모형이다. 사전에 각 구조별로 표본수를 충분히 확보하기 위하여 $T_{b(i)} - T_{b(i+1)} \geq \epsilon T$ 에서 $\epsilon \in (0, 1)$ 의 제약조건을 부과하고, $\epsilon = 0.15$ 를 부과하였다.³⁾ 구조변환의 최대값은 $m = 5$ 로 설정하였다. 또한 순수구조변환모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
y_t &= \delta_i + e_t, t = T_{j-1}, \dots, T_j, \text{ for } \\
j &= 1, \dots, m+1 \quad (6)
\end{aligned}$$

δ_i 는 각 체제(regime)의 비율 또는 변화율을 나타낸다. 본 모형에서는 잔차항의 자기상관과 체제간의 상이한 잔차분산을 허용한다.

3) 따라서 설정되는 구조별 표본 수는 최소 ϵT 가 된다. Bai-Perron이 권장한 것과 같이 ϵ 를 0.15로 설정하였고, 표본수가 139개와 98개인 경우 ϵT 는 각각 20개와 14개가 된다.

III. 추정결과

1. 기본자료 분석결과

본 연구에 사용된 자료들은 통계청 국가통계포털(KOSIS) 사이트에서 획득하였다. 중앙정부와는 달리 서울시의 주요 경제지표를 수집함에 있어 수집기간과 발간자료의 부족으로 자료사용에 한계가 있었다. <표 1>에서 보는 바와 같이 서울 산업생산지수는 동 분석기간 중 1985년 1분기에 가장 낮은 지수인 56.2(2005=100)를 나타내었고, 2009년 2분기에 125.7의 최고치를 나타내었다. 2009년 6월 현재 85.7%로 전년 동월 대비 6.2%p 감소하였다.

경제활동참가율, 실업률, 고용률 등은 외환위기 이후인 1998년 1월부터 집계되어 위기 전·후의 비교가 불가능하였다. 경제활동참가율은 2005년 5월 6월 최고치인 63.6을 기록한 이후 하락세가 지속되고 있으며 2009년 7월 현재 전년 동월 대비 1.3%p 하락한 61.3%를 나타내고 있다. 서울의 취업자 수는 전년 동월 대비 11만명(-2.2%)이 감소한 486만명으로 나타났다. 실업률은 1998년 8월 최고치인 9.8%를 기록한 이후 4%대 전후로 등락

을 거듭하고 있으나 2008년 10월 3.6%를 기록한 이후 소폭 상승하고 있다. 2009년 7월 현재 전국의 실업자는 92.8만명으로 전년 동월 대비 20.6% 증가하였고, 실업률은 3.7%로 전년 동월 대비 0.6%p 상승하였다. 서울의 실업자는 24.6만명으로 전년 동월 대비 25.9% 증가하였으며 실업률은 4.8%로 전년 동월 대비 1.0%p 상승하였다.

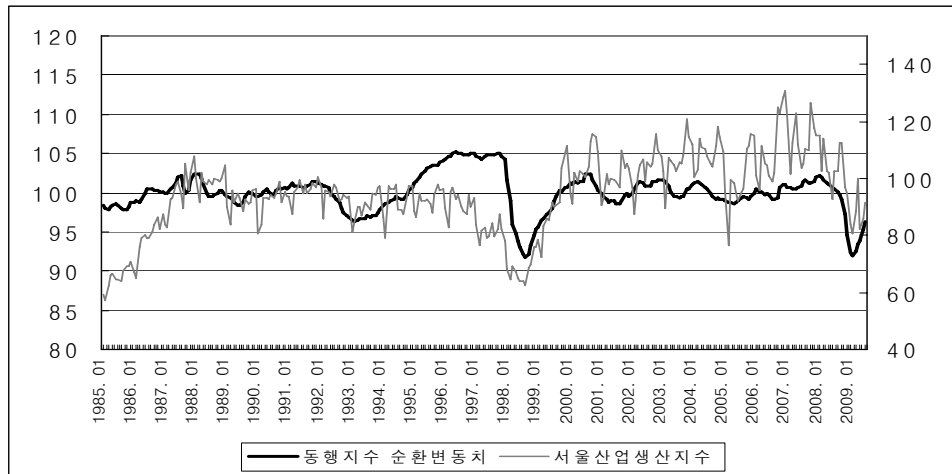
고용률은 외환위기 직후인 1999년 2월 54.2%의 최저치를 기록한 이후 지속적인 증가를 이루다가 2007년 7월에 최고치인 60.9%를 기록한 이후 하락세를 지속하고 있다. 2009년 7월 현재 전국의 고용률은 59.5%로 전년 동월 대비 0.9%p 하락하였으며, 서울의 고용률은 58.4%로 전년 동월 대비 1.8%p 하락하였다. 서울의 일반은행 원화대출금은 2008년 11월 324조원으로 최고치를 기록한 이후 2009년 6월 현재 322조원에 이르고 있다.

전국의 경기 동향과 서울시의 경기 동향간의 동조화 여부를 그래프로 살펴보자. <그림 1>에는 오른쪽 축의 단위로 표시된 서울산업생산지수와 왼쪽 축의 단위로 표시된 전국 경기동행지수 순환변동치가 나타나 있다.⁴⁾ 추세흐름이 거의 동조화 현상을 보이고 있지만 서울산업생산지수는 1998년 외환위기 전 1995년 초부터 추세가 꺾여 하강

<표 1> 서울시 주요 산업경제지표 기본분석

	서울산업 생산지수	경제활동참가율 (%)	고용률 (%)	실업률 (%)	일반은행 원화대출금 (10억원)
분석기간	1986년 1분기~ 2009년 2분기	1998년 1월 ~ 2009년 7월	1998년 1월 ~ 2009년 7월	1998년 1월 ~ 2009년 7월	1996년 1월 ~ 2009년 7월
최고값 (시점)	125.7 (2006년 4/4)	63.6 (2005년 6월)	60.9 (2007년 7월)	9.8 (1998년 7월)	324,645 (2008년 11월)
최소값 (시점)	56.2 (1985년 1/4)	59.5 (1998년 8월)	54.2 (1999년 2월)	3.6 (2008년 10월)	54,727 (1996년 1월)

4) 현재의 경기동향을 파악하기 위하여 동행종합지수를 작성하고, 특히 경기의 순환과정을 파악하고자 할 때 추세변동이 제거된 순환변동치를 작성하여 경기의 국면 및 전환점을 판단하는 보조지표로 사용한다.



주: 왼쪽 축은 전국 경기동행지수 순환변동치, 오른쪽 축은 서울산업생산지수임

〈그림 1〉 서울산업생산지수와 전국 경기동행지수 순환변동치

국면으로 들어섰지만 순환변동치는 지속적인 상승추세로 이어지다가 1998년 초에 하강하는 추세 반전이 이루어지고 있다. 또한 2008년 3/4분기의 글로벌 경제위기에 앞서 서울산업생산지수는 이미 2007년 초에 이미 하강추세로 들어섰지만 순환변동치는 2008년 1/4분기가 되어야 하강추세로 반전하고 있다. 서울산업생산지수가 순환변동치보다 1~2년 정도 앞선 추세전환을 보이고 있어 경기 추세흐름을 파악하는 중요한 지표가 될 수도 있다. 그렇지만 지표 성격상 서울산업생산지수의 변동 폭이 더 크다.

2. Bai-Perron 검정결과 분석

1) 부분다중구조변환모형

먼저 서울산업생산지수에 대하여 Bai and Perron(2003)의 부분다중구조변환모형 식 (5)를

이용하여 구조변화를 분석하였다.⁵⁾ 그 추정결과가 <표 2>와 <그림 2>에 나타나 있으며, 절편과 시간추세를 모두 허용한 결과 BIC기준에 의하면 서울 산업생산지수는 동 분석기간 중 4번의 구조변화가 있었음을 나타내었다.

UD_{max} 와 WD_{max} 검정에서 모두 유의하게 나타나 서울산업생산지수에서 최소한 한 번의 구조변화는 일어났음을 의미한다. 또한 $supF_T(1)$ 에서 $supF_T(5)$ 의 통계량까지 모두 구조변화가 없다는 귀무가설을 5% 유의수준에서 기각하고 있다. 구조변화가 5번 일어났다는 귀무가설에 대해 4번의 대립가설 대비 검정($supF_T(5|4)$)에서 기각되고 있으며 4번 구조변화가 있었다는 귀무가설($supF_T(4|3)$)을 받아들이고 있어 BIC 기준 검정의 결과와 일치하고 있다. 구조변환의 시점은 1988년 4/4분기, 1995년 3/4분기, 1999년 1/4분기, 그리고 2005년 3/4분기로 나타났다. 각 체제마다

5) 산업생산지수는 추세가 있는 확률변수이므로 시간추세가 변하고 시차종속변수를 시간변화 없는 설명변수로 사용하고 있어 부분구조모형으로 사용하고 기타변수들은 순수구조모형으로 사용하였다.

〈표 2〉 서울산업생산지수의 구조변화 검정

검정통계량			추정치
Udmax	52.22*	$\hat{\delta}_1$	59.23 (3.16)
Wdmax	71.89*	\hat{T}_1	2.74 (0.34)
$supF_T(1)$	27.27*	$\hat{\delta}_2$	85.37 (4.32)
$supF_T(2)$	52.22*	\hat{T}_2	0.10 (0.14)
$supF_T(3)$	44.64*	$\hat{\delta}_3$	177.12 (19.19)
$supF_T(4)$	45.07*	\hat{T}_3	-1.96 (0.38)
$supF_T(5)$	35.65*	$\hat{\delta}_4$	81.18 (10.65)
$supF_T(2 1)$	80.57*	\hat{T}_4	0.29 (0.15)
$supF_T(3 2)$	13.15*	$\hat{\delta}_5$	226.25 (31.39)
$supF_T(4 3)$	13.15*	\hat{T}_5	-1.33 (0.34)
$supF_T(5 4)$	0.42		
BIC	4	T_1	1988년 4/4분기
		T_2	1995년 3/4분기
LWZ	2	T_3	1999년 1/4분기
		T_4	2005년 3/4분기

주: 1) 자료기간은 1985년 1/4분기~2009년 2/4분기까지임

2) * 표시는 5% 유의수준에서 유의함을 나타냄

3) 괄호 안은 표준오차임

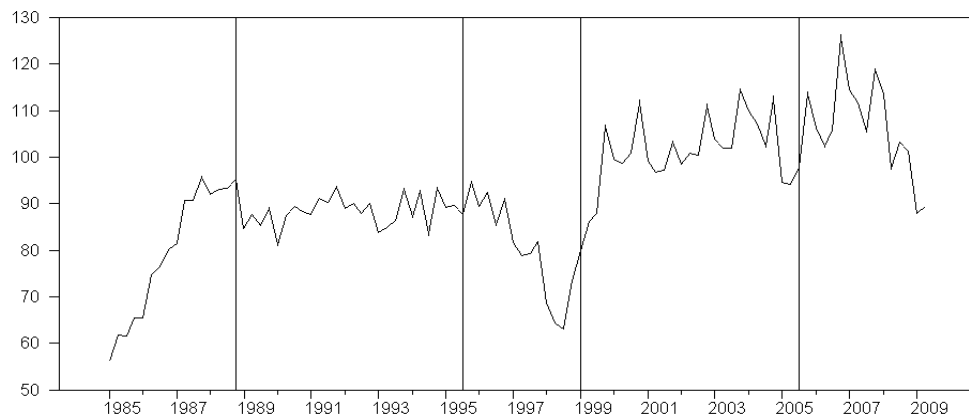
4) BIC: the Bayesian Information Criterion, LWZ: a modified Schwarz criterion.

추세치가 2.74, 0.10, -1.96, 0.29, -1.33으로 나타나 1988년 4/4분기까지 가장 높은 2.74의 기울기를 보이고 있고, 1999년 1/4분기 이후 2005년 3/4분기까지 0.29의 상향추세 기울기를 보이고 있다. 2005년 4/4분기 이후부터 -1.33의 기울기로 하향 추세를 나타내고 있는데, 2008년 중반부터 시작된 글로벌 금융위기로 인한 수출둔화와 국내소비 및 국내 투자의 위축 등으로 인한 국내경기 침체로 말미암아 서울의 산업생산지수도 현재까지 하향추세가 지속되고 있다.⁶⁾

위에서 설명된 서울산업생산지수 원지수의 시계열과 분절시점이 〈그림 2〉에 나타나 있다.

2) 순수다중구조변환모형

이제 경제활동참가율, 실업률, 고용률의 산업경제변수 시계열의 성질을 고려하여 순수구조변환 모형인 식 (6)을 이용하여 구조변화를 분석하였다. 또한 산업생산지수를 전년 동기 대비 증가율



〈그림 2〉 서울산업생산지수의 분절시점과 분절구간

6) 이러한 분절시점들은 1997년 외환위기 이후 세계경제의 디지털 붐으로 인한 IT 산업관련 제품중심의 수출이 확대되고 투자도 증대되어 전국적인 경기가 회복되는 시점과도 일치하고 있다. 그러나 전국의 순환변동치의 경우에는 2000년 8월에 고점 도달한 후 수축기에 진입하였다가 다시 제8순환 주기에 들어 2005년 4월 최저점에 도달한 이후 제9순환 진행 중에 있다. 서울의 산업생산지수는 2005년 3/4분기에 추세분절 현상이 나타났으나 그 이후는 하향추세에 있어 전국지표보다 빠른 경기변동을 보여주고 있다. 서울지역의 가계대출 축소 및 소비, 투자의 둔화로 내수부문이 부진한 현상 때문인 것으로 보여진다.

로 변환시키고, 일반은행 원화대출금의 경우에도 전년 동기 대비 증가율로 변환하여 동 모형으로 구조변화를 분석하였다.

(1) 경제활동참가율

먼저 경제활동참가율의 분석결과가 <표 3>과 <그림 3>에 나타나 있다. 경제활동인구란 한 나라의 인구 중 금전적 대가를 받고 일할 의사와 능력을 가진 사람들을 일컬어 말한다. 총인구 중 15세 이상의 인구를 생산가능인구라고 부르며 생산가능인구는 경제활동인구와 비경제활동인구로 구분한다. 경제활동인구가 생산가능인구에서 차지하는 비율을 경제활동참가율이라고 말한다.

UD_{max} 와 WD_{max} 검정결과 모두 유의하게 나타나 경제활동참가율에서 최소한 한 번의 구조변화는 일어났음을 의미하였다. 또한 $supF_T(i)$, $i = 1, \dots, 5$ 통계량에서도 모두 구조변화가 없다는 귀무가설을 기각하고 있다. 순차적 분석에서는 $supF_T(3|2)$ 의 검정 이외에는 모두 유의하지 않는 것으로 나타났다. 구조변화 횟수를 판단하는

<표 3> 경제활동참가율의 구조변화 검정

검정통계량			추정치
Udmax	113.63*	$\hat{\delta}_1$	60.45
Wdmax	213.65*		(0.07)
$supF_T(1)$	43.66*	$\hat{\delta}_2$	61.15
$supF_T(2)$	26.58*		(0.09)
$supF_T(3)$	64.01*	$\hat{\delta}_3$	61.97
$supF_T(4)$	113.64*		(0.08)
$supF_T(5)$	97.36*	$\hat{\delta}_4$	62.96
		$\hat{\delta}_5$	(0.09)
$supF_T(2 1)$	3.54	T_1	1999. 8
$supF_T(3 2)$	51.85*	T_2	2001. 4
$supF_T(4 3)$	0.84	T_3	2003.10
$supF_T(5 4)$	0.84	T_4	2007.11
BIC	4		
LWZ	4		

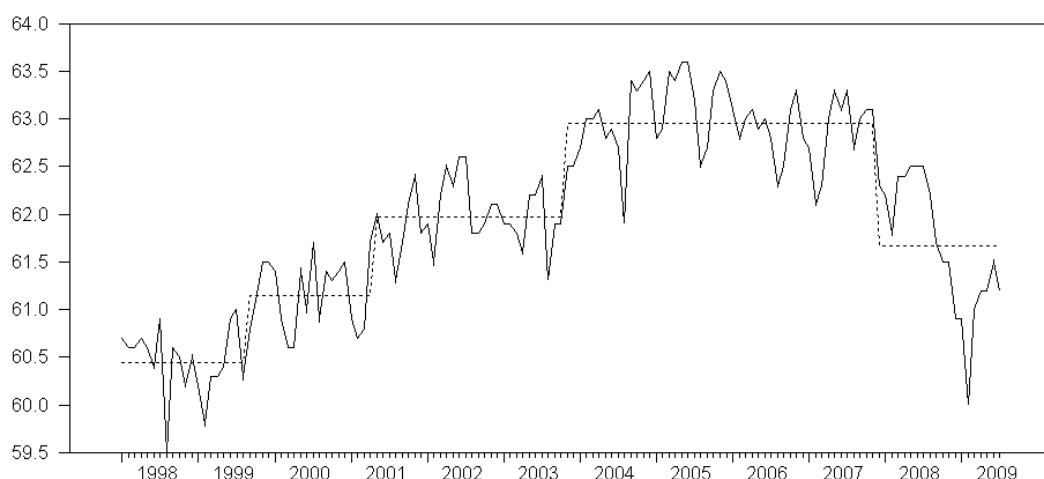
주: 1) 자료기간은 1998년 1월부터 2009년 7월까지임

2) * 표시는 5% 유의수준에서 유의함을 나타냄

3) 괄호 안은 표준오차임

4) BIC: the Bayesian Information Criterion, LWZ: a modified Schwarz criterion

BIC정보기준은 $supF_T(k)$ 검정보다 구조변화의 횟수가 작다. 즉 정보기준은 하향 왜곡(biased)



<그림 3> 경제활동참가율 시계열의 구조변화

downward)되어 있음을 보인다(Bai and Perron, 2003: 17). Bai and Perron(2003)은 영국의 소비자물가 인플레이션율의 구조변화 실증분석에서 구조변화가 없다는 BIC기준보다는 구조변화가 2회 발생했다는 $supF_T$ 기준으로 분석하고 있기도 하다. BIC 기준과 종합적인 분석결과 분석기간 동안 경제활동참가율의 변수에는 4번의 구조변화가 있었던 것으로 판정하였다.

기간분절의 시점은 1999년 8월, 2001년 4월, 2003년 10월, 그리고 2007년 11월로 각각 나타났다.

또한 각 체제의 평균치는 60.46, 61.16, 61.97, 62.96, 61.67로 나타났으며 마지막 구간의 하락률은 2.06%(62.96 → 61.67)였다. 2008년도의 글로벌 금융위기는 2009년도 상반기에 경제활동참가율의 지표를 하방 수직으로 추락시켰으며 최저점 이후에 약간의 반등 추세를 보이고 있다.⁷⁾

(2) 고용률

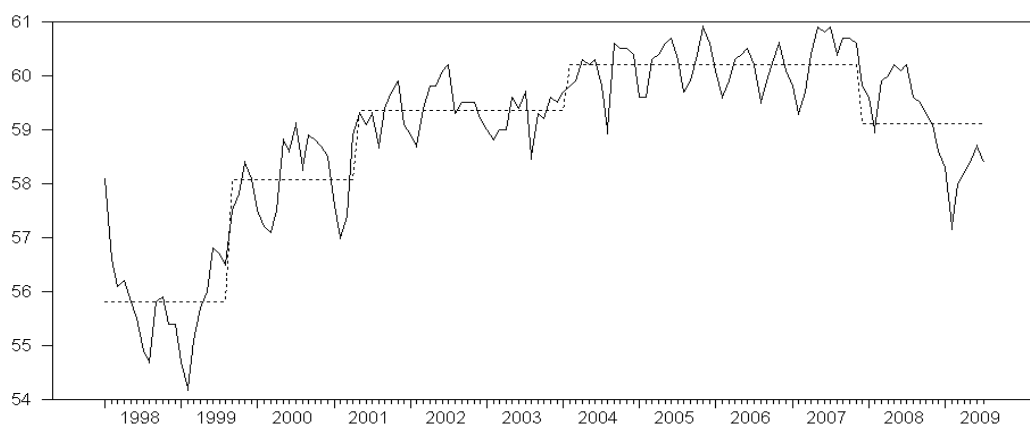
취업자란 수입을 목적으로 주당 1시간 이상 일

〈표 4〉 고용률의 구조변화 검정

검정통계량			추정치
Udmax	40.54*	$\hat{\delta}_1$	55.80 (0.13)
Wdmax	65.11*	$\hat{\delta}_2$	58.08 (0.14)
$supF_T(1)$	13.76*	$\hat{\delta}_3$	59.35 (0.11)
$supF_T(2)$	40.54*	$\hat{\delta}_4$	60.21 (0.09)
$supF_T(3)$	34.85*	$\hat{\delta}_5$	59.11 (0.14)
$supF_T(4)$	36.96*		
$supF_T(5)$	29.67*		
$supF_T(2 1)$	4.75	T_1	1999. 8
$supF_T(3 2)$	1.20	T_2	2001. 4
$supF_T(4 3)$	27.08*	T_3	2004. 1
$supF_T(5 4)$	0.41	T_4	2007.11
BIC	4		
LWZ	4		

주: 1) 자료기간은 1998년 1월부터 2009년 7월까지임
2) * 표시는 5% 유의수준에서 유의함을 나타냄
3) 괄호 안은 표준오차임
4) BIC: the Bayesian Information Criterion, LWZ: a modified Schwarz criterion

하는 사람이나 자기에게 직접적으로 수입이 없더



〈그림 4〉 고용률 시계열의 구조변화

7) 경제활동참가율의 경우 1997년 말의 외환위기 이후 지속적인 상향추세에 있고 3번에 걸쳐 높은 참가율로 나타나는 구조변화가 발생하였으나 2007년 말 이후 하향추세로 돌아섰다. 설비투자가 지속적으로 살아나지 못하고 소비둔화로 인한 내수시장의 부진으로 말미암아 구직활동을 포기한 실망노동자의 증가 등으로 서울지역의 경제활동인구가 줄어들고 있기 때문인 것으로 판단된다.

라도 가구주의 사업을 도와 주당 18시간 이상 일하는 가족 종사자로 정의한다. 취업자가 경제활동 인구에서 차지하는 비율을 고용률이라 한다. 고용률에 관한 분석결과가 <표 4>와 <그림 4>에 나타나 있다.

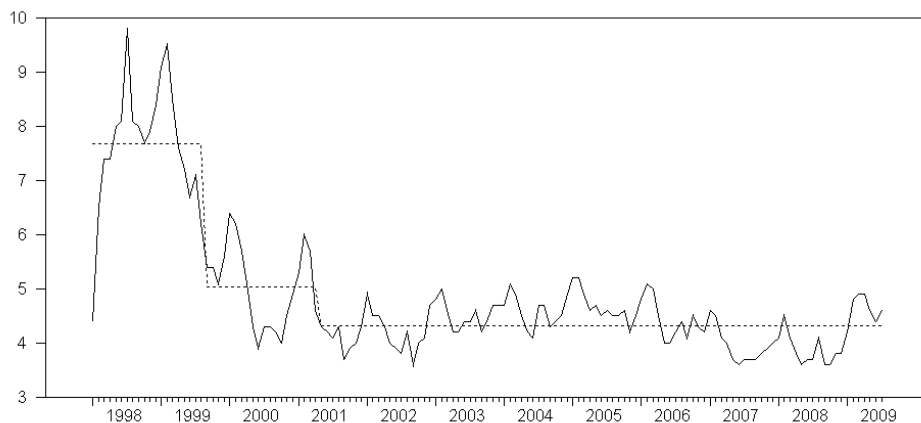
UD_{max} 와 WD_{max} 검정결과 모두 유의하게 나타나 고용률에서도 최소한 한 번의 구조변화는 일어났음을 의미하였다. 또한 $supF_T(i)$, $i = 1, \dots, 5$ 통계량에서도 모두 구조변화가 없다는 귀무가설을 기각하고 있다. 순차적 분석에서는 $supF_T(4|3)$ 검정 이외에는 모두 유의하지 않는 것으로 나타났다. BIC 기준과 종합적인 분석결과 고용률에 4번의 구조변화가 있었던 것으로 판정하였다. 기간분절의 시점은 1999년 8월, 2001년 4월, 2004년 1월, 그리고 2007년 11월로 각각 나타났다. 또한 각 체제의 평균치는 55.80, 58.08, 59.35, 60.21, 59.11로 나타났으며 마지막 구간의 하락률은 1.82%(60.21 \rightarrow 59.11)였다. 2007년 11월 이후로부터 지속적인 하락추세에 있었으며, 2001년도

상반기 수준까지 하락하였다. 2009년도 상반기 이후 지표는 회복 중에 있다.⁸⁾

<표 5> 실업률의 구조변화 검정

검정통계량			추정치
Udmax	53.99*	$\hat{\delta}_1$	7.68 (0.14)
Wdmax	53.99*	$\hat{\delta}_2$	5.04 (0.14)
$supF_T(1)$	53.99*	$\hat{\delta}_3$	4.32 (0.06)
$supF_T(2)$	31.63*	$\hat{\delta}_4$	-
$supF_T(3)$	21.16*	$\hat{\delta}_5$	-
$supF_T(4)$	18.66*		
$supF_T(5)$	14.88*		
$supF_T(2 1)$	11.58*	T_1	1999. 8
$supF_T(3 2)$	1.13	T_2	2001. 4
$supF_T(4 3)$	6.12	T_3	-
$supF_T(5 4)$	0.41	T_4	-
BIC	2		
LWZ	2		

- 주: 1) 자료기간은 1998년 1월부터 2009년 7월까지임
 2) * 표시는 5% 유의수준에서 유의함을 나타냄
 3) 괄호 안은 표준오차임
 4) BIC: the Bayesian Information Criterion, LWZ: a modified Schwarz criterion.



<그림 5> 실업률 시계열의 구조변화

8) 고용률의 경우에도 외환위기 이후 3번에 걸쳐 높은 참가율로 나타나는 구조변화가 발생하였으나 2007년 말 이후 하향추세로 돌아섰다. 설비투자가 지속적으로 살아나고 있지 못하고 소비둔화로 인한 내수시장의 부진으로 말미암아 고용시장이 회복되고 있지 못하나 서울지역의 특성상 IT 산업 등 첨단산업의 지속적인 고용으로 인하여 고용률이 전국적인 지표에 비하여 양호하게 나타나고 있다.

(3) 실업률

경제활동인구에서 취업자 수를 빼면 실업자 수가 되며 그 실업자 수가 경제활동인구에서 차지하는 비율을 실업률이라 한다. 실업률의 UD_{max} 와 WD_{max} 검정결과 모두 유의하게 나타나 최소한 한 번의 구조변화는 일어났음을 의미하였다. 또한 $supF_T(i)$, $i = 1, \dots, 5$ 통계량에서도 모두 구조변화가 없다는 귀무가설을 기각하고 있다. 순차적 분석에서는 $supF_T(2|1)$ 이외는 모두 유의하지 않는 것으로 나타났으나 BIC 기준과 종합적인 판단결과 실업률에서 2번의 구조변화가 발생하였던 것으로 판정하였다. 기간분절의 시점은 1999년 8월, 그리고 2001년 4월로 각각 나타났다. 또한 각 체제의 평균치는 7.68, 5.04, 4.32로 나타났으며 꾸준한 하락세를 보였다. 2001년 4월 이후에는 소폭의 변동이 있을 뿐 안정적인 추세를 보이고 있다.⁹⁾

(4) 서울산업생산지수 증가율

순수구조변환모형을 이용하여 서울산업생산지수 전년 동기 대비 증가율을 분석한 결과가 <표 6>과 <그림 6>에 나타나 있다. 다른 변수들과 달리 UD_{max} 와 WD_{max} 검정결과가 모두 유의하지 않게 나타나 최소한 한 번의 구조변화도 일어나지 않았음을 의미하였다. 또한 $supF_T(i)$, $i = 1, \dots, 5$ 통계량에서도 모두 구조변화가 없다는 귀무가설을 기각하지 못하고 있다. 순차적 분석에서도 모두 유의하지 않는 것으로 나타났으나 BIC정보기준은 3번의 구조조정이 있었던 것으로 나타났다. 또한 두 번째 체제의 평균추정치 -2.76도 유의하지 않는 것으로 나타나 서울산업생산지수 전년 동

<표 6> 산업생산지수 증가율의 구조변화 검정

검정통계량			추정치
Udmax	0.58	$\hat{\delta}_1$	12.07
Wdmax	1.02		(2.75)
$supF_T(1)$	0.02	$\hat{\delta}_2$	-2.76
$supF_T(2)$	0.34		(1.67)
$supF_T(3)$	0.21	$\hat{\delta}_3$	13.18
$supF_T(4)$	0.58		(2.7)
$supF_T(5)$	0.46	$\hat{\delta}_4$	-0.33
			(1.94)
$supF_T(2 1)$	0.68	T_1 T_2 T_3	1989년 2/4분기 1998년 4/4분기 2002년 2/4분기
$supF_T(3 2)$	2.01		
$supF_T(4 3)$	2.01		
$supF_T(5 4)$	0.01		
BIC	3		
LWZ	0		

주: 1) 자료는 산업생산지수의 전년 동기 대비 증가율임
2) 자료기간은 1986년 1/4분기부터 2009년 2/4분기까지임
3) 괄호 안은 표준오차임
4) BIC: the Bayesian Information Criterion, LWZ: a modified Schwarz criterion

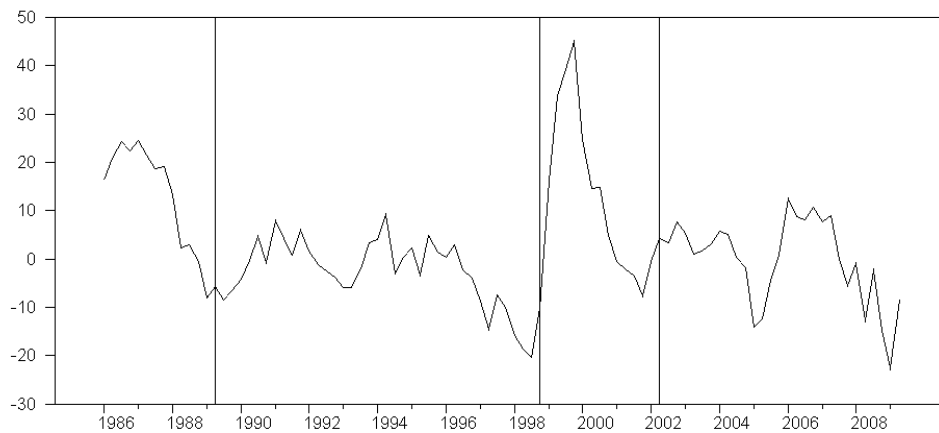
기 대비 증가율에는 구조변화가 나타났음을 강력하게 주장할 수 없었다. 체제별로 잔차자승합을 최소화시킨 값들의 격차가 유의하지 않은 것으로 판단된다.

추세 시계열상으로는 2007년 11월 이후로부터 지속적인 하락추세에 있었으나, 2009년도 상반기 이후 지표는 회복 중에 있다. 단순한 서울산업생산지수보다는 전년 동기 대비 증가율이 추세 반전을 파악하기에는 보다 나은 지표로 파악된다.

(5) 일반은행 원화대출금증가율

일반은행 원화대출금의 전년 동기 대비 증가율의 구조변화 분석 결과가 <표 7>에 나타나 있다.

9) 외환위기 이후 세계경제의 회복과 국내경기 활성화로 실업률이 지속적으로 낮아져 2번의 구조변화가 발생하였다. 전국적인 2번의 경기순환이 있었으나 서울지역의 실업률에 구조변화를 일으킬 만큼의 변화는 발생하지 않았다. 이러한 현상은 기간 간 부분적인 하락변동도 있지만 서울의 첨단산업 관련 고용증가와 디자인산업 및 인력 집중 육성 등으로 지속적인 고용이 이루어지고 있다. 뿐만 아니라 서울시 예산배정 중 사회복지 부문과 일자리 창출에 집중되고 특히 도시 재개발 재건축 사업 등으로 일자리가 지속적으로 창출되고 있기 때문인 것으로 판단된다.



〈그림 6〉 산업생산지수의 전년 동기 대비 증가율

〈표 7〉 일반은행 원화대출금의 구조변화 검정

검정통계량	
Udmax	1.86
Wdmax	4.08
$supF_T(1)$	0.26
$supF_T(2)$	0.94
$supF_T(3)$	0.94
$supF_T(4)$	0.46
$supF_T(5)$	1.86
$supF_T(2 1)$	1.44
$supF_T(3 2)$	0.11
$supF_T(4 3)$	0.06
$supF_T(5 4)$	0.10
BIC	0
LWZ	0

주: 1) 일반은행 원화대출금의 전년 동기 대비 증가율임
 2) 자료기간은 1996년 12월부터 2009년 6월까지임
 3) BIC: the Bayesian Information Criterion, LWZ: a modified Schwarz criterion

$UDmax$ 와 $WDmax$ 검정결과 모두 유의하지 못하게 나타나고 $supF_T(i)$, $i = 1, \dots, 5$ 통계량 모두에서 구조변화가 없다는 귀무가설을 기각하지 못하고 있다. 또한 순차적 분석에서도 모두 유의하지 않는 것으로 나타났으며 BIC정보기준에

서도 구조변화가 없었던 것으로 나타나 최종적으로 구조변화가 없었던 것으로 판정하였다.

3. 단위근 검정결과 분석

우리는 앞 절에서 서울지역의 경제지표들에 대한 구조적 변화를 살펴보았다. 이 절에서는 서울 산업생산지수에 대한 단위근 검정을 실시하고자 한다. 구조변화가 없을 때뿐 아니라 구조변화가 발생하였을 때도 산업생산지수가 비정상시계열인가를 검정하고자 한다. II장에서 소개된 확장된 Dickey-Fuller(ADF) 검정은 구조변화가 없다는 가정에서 단위근검정을 실시한다. Zivot and Andrews(1992) 검정과 Perron(1997) 검정은 내생적으로 발생하는 한 번의 구조변화를 허용하여 단위근 여부를 검정한다.

먼저 ADF 검정결과 10% 유의수준에서도 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각할 수 없었다. 즉 비정상시계열이라는 것이다. 절편변화와 시간 추세 기울기의 변화도 고려하는 Zivot and Andrews(1992) 검정도 10% 유의수준에서 귀무

가설을 기각할 수 없었다. 또한 Perron의 검정결과도 마찬가지로 10% 유의수준에서도 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각할 수 없었다. 즉 1번의 구조변화를 고려하여도 산업생산지수가 비정상시계열임을 의미한다. 장기적인 균형값이 정의될 수 없고 불안정적인 움직임을 보여왔다고 볼 수 있다.

〈표 8〉 서울산업생산지수의 단위근 검정결과

구분		유의수준 임계값		
		1%	5%	10%
ADF 검정통계량 ¹⁾	-3.067	-4.045	-3.347	-3.154
Zivot-Andrews 검정통계량 ²⁾	-4.002	-5.57	-5.08	-4.78
Perron 검정통계량 ³⁾	-4.493	-6.21	-5.55	-5.25

주: 1) II장 본문 식 (1)의 ADF 검정회귀식 사용, 2) 식 (2)의 Zivot-Andrews 검정식 사용, 3) 식 (3)의 Perron 검정식 사용

IV. 결론

다수의 구조전환 시점이 내부에서 결정되는 Bai and Perron(1998, 2003)의 다중구조변환모형을 이용하여 서울시의 산업경제지표들에 대한 구조변화를 분석하였다. 구조적으로 절편과 추세는 변하고 시간 변화없는 변수를 모형에 포함하는 부분다중구조모형과 모든 변수가 시간 변화하는 순수구조변환모형을 모두 사용하였다. 구조변화의 시점들이 가까이 접근하는 것을 막기 위하여 $\epsilon = 0.15$ 를 부과하였고 구조변환의 최대값은 $m = 5$ 로 설정하였다.

분석결과 부분구조변환모형을 이용한 서울산업생산지수 분석에서 4번의 구조변화가 발생하였으며 2005년 3/4분기 이후부터 시작되는 5번째 체제

(regime)의 경우 기울기가 -1.33에 해당하는 가장 가파른 하향 추세를 보였다. 지표상으로 현재까지 하향추세의 반전이 나타나기까지는 시간이 필요한 것으로 보인다. 경제활동참가율, 실업률, 고용률, 산업생산지수의 전년 동기 대비 증가율, 그리고 일반은행 원화대출금의 전년 동기 대비 증가율 등의 구조변화 분석에서는 순수구조변환모형을 사용하였다.

경제활동참가율의 경우 4번의 체제변화가 발생하였으며 2007년 11월로 시작되는 마지막 체제와 직전 체제와의 하락률은 2.06%(62.96 → 61.67)였다. 2008년도의 글로벌 금융위기는 2009년도 상반기에 경제활동참가율의 지표를 하방 수직으로 추락시켰으나 지표가 최저점 이후에 약간의 반등 추세를 보이고 있다.

또한 고용률의 경우 체제변화가 4번 발생하였음을 보이고 있고, 마지막 체제 전환점은 2007년 11월로 나타났다. 마지막 체제와 직전 체제와의 하락률은 1.82%(60.21 → 59.11)로 나타났으며, 2007년 11월 이후로부터 하락추세에 있었던 지표는 2001년도 상반기 수준까지 하락하였다. 2009년도 상반기 이후 지표는 회복 중에 있다. 실업률의 경우 체제변화가 2번 일어났으며 두 번째 체제변화는 2001년 4월에 나타났다. 그 이후에는 소폭의 변동이 있을 뿐 안정적인 추세를 보여 서울의 경우에도 실업률보다 고용률에 더 많은 정책방안이 고려되어야 할 것 같다. 산업생산지수의 전년 동기 대비 증가율의 경우에는 체제변화가 발생하였다는 강력한 증거를 발견하지 못하였다. 체제별로 잔차자승합을 최소화시킨 값들의 격차가 유의하지 않은 것으로 판단된다.

구조변화를 고려하지 않는 Dickey-Fuller(ADF) 검정과 내생적으로 발생하는 한 번의 구조변화

를 허용하는 Zivot and Andrews(1992) 검정과 Perron(1997) 검정방법을 사용하여 산업생산지수의 단위근 여부를 검정하였다. 세 가지 모든 검정 결과 10% 유의수준에서도 단위근이 존재한다는 귀무가설을 기각할 수 없었다. 즉 1번의 구조변화를 고려하여도 산업생산지수가 비정상시계열임을 의미하였다. 장기적인 균형값이 정의될 수 없고 불안정적인 움직임을 보여 왔다고 볼 수 있다.

본 연구의 한계와 향후 과제로는 전국단위의 산업경제지표와는 달리 서울시의 장기 시계열 자료를 획득하기에 한계가 있었다. 또한 서울 산업경제지표와 영향력 있는 변수와의 다중회귀분석을 실시할 때 다중의 구조변화를 허용하는 모델을 사용한다면 더욱 의미있는 연구결과를 얻을 수 있을 것으로 보인다.

참고문헌

- 김지욱, 2007, “동아시아 외환위기 국가들의 경제구조변화와 Catch-up 분석”, 『경제학연구』 55(3), 143~166.
- 조하현 · 황선웅, 2007, “한국 거시경제 시계열의 구조변화와 충격의 지속성에 대한 연구”, 『경제학연구』, 55(3), 85~118.
- Bai, J., and P. Perron, 1998, “Estimating and testing linear models with multiple structure changes”, *Econometrica*, 66, 47~78.
- Bai, J., and P. Perron, 2003, “Computation and analysis of multiple structural change models”, *Journal of Applied Econometrics*, 18, 1~22.
- Banerjee, A., R., Lumsdaine, and J. Stock, 1992, “Recursive and sequential tests of the unit-root and trend-break hypotheses: Theory and international evidence”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), 271~287.
- Ben-David, D., R. Lumsdaine, and D. Papell, 2003, “Unit roots, postwar slowdowns and long-run growth: evidence from two structural breaks”, *Empirical Economics*, 303~319.
- Berg, A., J. Ostry and J. Zettelmeyer, 2006, “What makes growth sustained?”, IMF working paper.
- Cuberes, D., and M. Jerzmanowski, 2006, “Growth cycles and democracy”, Clemson University, working paper.
- Jerzmanowski, M., 2006, “Empirics of hills, plateaus, mountains and plains: A Markov-switching approach to growth”, *Journal of Development Economics*, 81, 357~385.
- Liu, D., 2009, “Structural changes in job creation and destruction”, *Economics Letters*, 104, 34~36.
- Papell, D., C. Murray, and H. Ghibalawi, 2000, “The structure of unemployment”, *The Review of Economics and Statistics*, 82, 309~315.
- Perron P., 1997, “Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables”, *Journal of Econometrics*, 80, 355~385.
- Yao, Y., 1998, “Estimating the number of change-points via Schwartz’ criterion”, *Statistics and Probability Letters*, 6, 181~189.
- Zivot, E. and W. Andrew, 1992, “Further evidence on the greate crash, the oil-price shock, and unit-root hypothesis”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 25~44.
- <http://kosis.kr>(통계청 국가통계포털)

원 고 접 수 일 : 2009년 9월 11일
1차심사완료일 : 2009년 11월 4일
2차심사완료일 : 2009년 11월 20일
최종원고채택일 : 2009년 11월 20일

<부록>

Bai and Perron(1998)의 $sup F$ 검정통계량은 다음과 같이 정의된다.

$$sup F(k;q) = \frac{sup}{(\lambda_1, \dots, \lambda_k) \in \Lambda_\epsilon} F_T(\lambda_1, \dots, \lambda_k; q) = F_T(\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_k; q) \quad (1)$$

여기서

$$F_T(\lambda_1, \dots, \lambda_k; q) = \frac{1}{T} \left(\frac{T - (k+1)q - p}{kq} \right)$$

$\hat{\delta}' R' (R \hat{V}(\hat{\delta}) R')^{-1} R \hat{\delta}$ 이며 $(\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_k)$ 은 잔차자승합을 최소화시키는 값이다. 또한 $\lambda_i = T_i/T$ 이며 $0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_m < 1$ 이다. 또한 사전에 각 구조별로 표본수를 충분히 확보하기 위하여 다음 제약조건식 $\Lambda_\epsilon = [(\lambda_1, \dots, \lambda_m); |\lambda_{i+1} - \lambda_m| \geq \epsilon, \lambda_1 \geq \epsilon, \lambda_m \leq 1 - \epsilon]$ 을 부과한다. R 은 통상적으로 $(R' \delta) = (\delta'_1 - \delta'_2, \dots, \delta'_k - \delta'_{k+1})$ 을 구성하는 행렬로 나타낸다. $\hat{V}(\hat{\delta})$ 는 계열상관과 이분산에 강건한 $\hat{\delta}$ 의 분산 공분산행렬의 추정치 $V(\hat{\delta}) = plim T(\bar{Z}' M_X \bar{Z})^{-1} \bar{Z}' M_X \Omega M_X \bar{Z} (\bar{Z}' M_X \bar{Z})^{-1}$ 이다.

여기서 $M_X = 1 - X(X'X)^{-1}X'$ 이고 Ω 는 $E(UU')$ 이다. Z 는 z_t 를 구조적으로 쌓아놓은 행렬이며 U 도 u_t 를 쌓아놓은 행렬이다. Bai and Perron은 실제 검정에서 다음 검정통계량을 사용하였다.

$$Dmax F(M, q, a_1, \dots, a_M) = \max a_m sup F_T(\lambda_1, \dots, \lambda_k; q)$$

$$= \max a_m F_T(\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_k; q) \quad (2)$$

식에서 (a_1, \dots, a_M) 은 가중치를 의미하고, 모든 $a_m = 1$ 의 제약을 부과하는 경우의 검정통계량을 $UDmax F_T(M, q)$, m 값별로 p 값(p -value)이 같아지도록 가중치를 부과하는 경우의 검정통계량을 $WDmax F_T(M, q)$ 이라고 정의한다. $UDmax F_T(M, q)$ 통계량과 $WDmax F_T(M, q)$ 은 '구조적 변화가 없다'는 귀무가설과 '구조적 변화가 있다'는 대립가설로 검정한다. 만약 검정통계량이 유의하여 귀무가설이 기각된다면 구조적 변화가 있는 것으로 간주한다. 구조변화가 몇 번 있었는가를 판단하는 검정에서는 순차적 검정(sequential test)을 실시한다. 순차적 검정은 '구조적 변화가 $l+1$ 개'라는 귀무가설과 '구조적 변화가 l 개'라는 대립가설로 구성되며, 검정통계량 $sup F(l+1|l)$ 로 표현된다.

$$sup F(l+1|l) = [S_T(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_l) - \min_{\tau \in f} S_T(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_{j-1}, \tau, \hat{T}_j, \dots, \hat{T}_l)] / \hat{\sigma}^2 \quad (3)$$

여기서 $\Lambda_{j,\eta} = [\tau, \hat{T}_{j-1} + (\hat{T}_j - \hat{T}_{j-1})\eta \leq \tau \leq \hat{T}_j - (\hat{T}_j - \hat{T}_{j-1})\eta]$ 이며 여기서 $\hat{\sigma}^2$ 은 귀무가설 하에서 구한 일치추정치이다. $j=1$ 일 때 $S_T(\hat{T}_1, \dots, \hat{T}_{j-1}, \tau, \hat{T}_j, \dots, \hat{T}_l)$ 은 구조 $S_T(\tau, \hat{T}_1, \dots, \hat{T}_l)$ 에서 추정한 잔차자승합이다. $sup F(l+1|l)$ 의 귀무가설은 '구조적 변화가 $l+1$ 개'이고 대립가설은 '구조적 변화가 l 개'이다. 만약 검정통계량이 유의하다면 구조변화는 $l+1$ 개라고 판단한다. 이러한 순차적 검정은 귀무가설 $sup F(l+1|l)$ 이 유의하지 않을 때까지 계속된다. 구조적 변화의 수와 시점은 구조변화가 m 개 있는 잔차자승합을

최소화하는 다음 식에서 구해진다.

$$S_T(T_1, \dots, T_m) = \sum_{j=1}^{m+1} \sum_{j=T_{j-1}+1}^{T_j} (c_t - z'_t \delta_j)^2 \quad (4)$$

여기서 $T_1, \dots, T_m = \arg \min S_T(T_1, \dots, T_m)$ 이다.